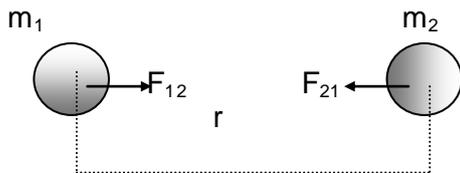


Grafitasi dan gerak planet

A. HUKUM GRAVITASI UMUM NEWTON

1. Gaya Gravitasi

Gaya gravitasi merupakan gaya tarik menarik antara dua benda yang terletak pada jarak tertentu. Menurut **Hukum Gravitasi Umum Newton**, "Setiap partikel di alam semesta ini akan saling tarik menarik dengan partikel lain, dengan gaya yang besarnya berbanding lurus dengan hasil kali massanya dan berbanding terbalik dengan kuadrat jaraknya"



$$F_{12} = F_{21} \approx \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \text{ atau}$$

$$F_{12} = F_{21} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

m_1 = massa benda 1 (kg)

m_2 = massa benda 2 (kg)

r = jarak antara kedua pusat massa benda (m)

F_{12} = gaya gravitasi yang dialami benda 1 akibat benda 2 (N)

F_{21} = gaya gravitasi yang dialami benda 2 akibat benda 1 (N)

G = konstanta gravitasi umum

($G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2$)

Gaya gravitasi merupakan besaran vektor, yang arahnya menuju pusat benda penyebab gaya gravitasi. Jadi F_{12} merupakan aksi sedangkan F_{21} merupakan reaksi.

2. Berat benda dipermukaan planet bumi

Jika sebuah benda bermassa m terletak dipermukaan bumi, maka benda tersebut akan mendapat gaya gravitasi bumi. Jika bumi memiliki massa M dan jari-jari R (jarak pusat massa benda dengan pusat bumi), maka *besarnya gaya gravitasi bumi terhadap benda m tersebut merupakan berat benda w* . Jadi :

$$F = w = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$$

F = gaya gravitasi bumi terhadap benda (N)

w = berat benda (N)

M = massa bumi (kg)

m = massa benda (kg)

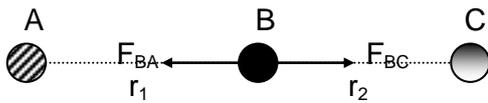
R = jari-jari bumi (m)

Demikian juga matahari dan planet, bumi dengan bulan juga terjadi gaya gravitasi. Gaya gravitasi inilah yang memberikan gaya sentripetal, agar planet-planet tetap pada orbitnya mengelilingi matahari dan bulan ketika mengelilingi bumi.

3. Resultan Gaya Gravitasi

Jika suatu massa di pengaruhi oleh 2 massa benda atau lebih, maka besarnya gaya gravitasi yang dialami benda merupakan resultan vektor gaya gravitasi yang bekerja pada benda tersebut.

- jika beberapa benda segaris



Besarnya gaya gravitasi yang dialami benda B adalah :

$$F_B = F_{BA} - F_{BC}$$

$$F_{BA} = G \cdot \frac{m_B \cdot m_A}{r_1^2}$$

$$F_{BC} = G \cdot \frac{m_B \cdot m_C}{r_2^2}$$

F_B = gaya gravitasi yang dialami benda B

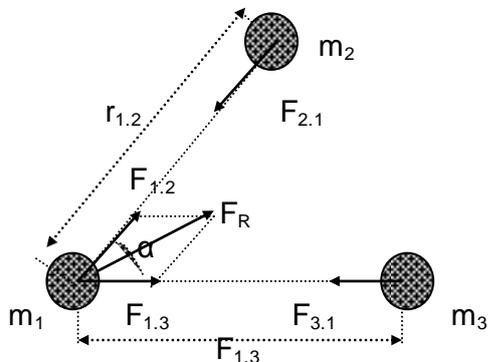
F_{BA} = gaya gravitasi yang dialami benda B akibat pengaruh benda A (gaya gravitasi antara benda B dan A)

F_{BC} = gaya gravitasi yang dialami benda B akibat pengaruh benda C (gaya gravitasi antara benda B dan C)

Diskusikan !

Tentukan besarnya gaya gravitasi yang dialami oleh benda A dan benda C !

- jika beberapa benda saling membentuk sudut



$$F_{1,2} = F_{2,1} = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r_{1,2}^2}$$

$$F_{1,3} = F_{3,1} = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_3}{r_{1,3}^2}$$

Maka besar resultan gaya gravitasi yang dialami benda m_1 sebesar :

$$F_R = \sqrt{F_{1,2}^2 + F_{1,3}^2 + 2 \cdot F_{1,2} \cdot F_{1,3} \cdot \cos \alpha}$$

$F_{1,2}$ = gaya gravitasi antara massa benda 1 dan massa benda 2 (N)

$F_{1,3}$ = gaya gravitasi antara massa benda 1 dan massa benda 3 (N)

F_R = gaya resultan pada benda m_1 (N)

Contoh Soal

1. Hitung gaya gravitasi antara 2 benda yang bermassa 3 kg dan 4 kg , yang terpisah sejauh 50 cm

Penyelesaian :

Diketahui :

$$m_1 = 3 \text{ kg}$$

$$m_2 = 4 \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2$$

$$r = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$$

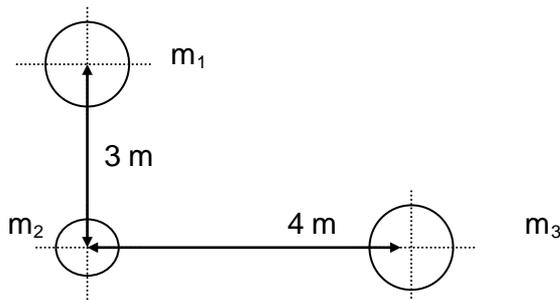
Ditanya : $F_{1,2} = F_{2,1} = F = \dots ?$

$$F = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3 \cdot 4}{(0,5)^2}$$

$$F = 3,2 \cdot 10^{-9} \text{ N}$$

2. Tiga bola besi homogen dengan m_1 , m_2 , dan m_3 masing-masing massanya berturut-turut 2 kg , 4 kg dan 6 kg , di letakkan pada titik-titik sudut sebuah segitiga siku-siku , seperti yang tersusun pada gambar !



Hitung besar resultan gaya gravitasi pada benda m_2 ?

Penyelesaian :

Diketahui : $m_1 = 2 \text{ kg}$

$$m_2 = 4 \text{ kg}$$

$$m_3 = 6 \text{ kg}$$

$$r_{1,2} = 3 \text{ m}$$

$$r_{2,3} = 4 \text{ m}$$

$$\alpha = 90^\circ, \cos 90^\circ = 0.$$

Ditanya :

$F_R = \dots ?$ pada m_2

$$\begin{aligned} F_{1,2} = F_{2,1} &= \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r_{1,2}^2} \\ &= \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 2 \times 4}{3^2} \\ &= 5,93 \cdot 10^{-11} \text{ N} \end{aligned}$$

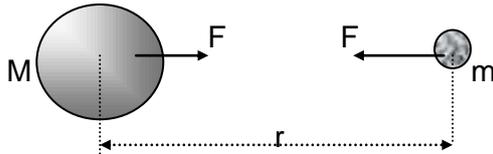
$$\begin{aligned} F_{1,3} = F_{3,1} &= \frac{G \cdot m_2 \cdot m_3}{r_{1,3}^2} \\ &= \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 4 \times 6}{4^2} \\ &= 10 \cdot 10^{-11} \text{ N} \end{aligned}$$

$$F_R = \sqrt{F_{1,2}^2 + F_{2,3}^2 + 2 \cdot F_{1,2} \cdot F_{2,3} \cdot \cos \alpha}$$

$$= 11,6 \cdot 10^{-11} \text{ N}$$

4. Kuat Medan Gravitasi

Medan gravitasi yaitu daerah yang masih di pengaruhi oleh gaya gravitasi . Gaya gravitasi yang bekerja pada benda dapat menimbulkan percepatan gravitasi, sehingga kuat medan gravitasi sering disebut dengan percepatan gravitasi. Kuat medan gravitasi adalah besarnya gaya gravitasi tiap satuan massa benda yang mengalami gaya gravitasi tersebut.



Telah diketahui bahwa $F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$, maka:

Besarnya kuat medan gravitasi yang dialami oleh benda m akibat benda M adalah :

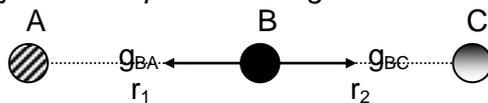
$$g = \frac{F}{m}, \text{ atau } g = \frac{GM}{r^2}$$

g = kuat medan gravitasi ($\text{N/kg} = \text{m/s}^2$)
 g = percepatan gravitasi
 F = gaya gravitasi yang dialami benda m
 R = jarak benda M dan m (meter)

5. Resultan kuat medan gravitasi

Kuat medan gravitasi merupakan besaran vektor, sehingga bila suatu benda di pengaruhi oleh gaya gravitasi beberapa benda lain, maka besarnya kuat medan gravitasi yang dialami benda tersebut merupakan resultan vektor kuat medan gravitasi yang bekerja pada benda itu.

- jika beberapa benda segaris



Besarnya kuat medan gravitasi yang dialami benda B adalah :

$$g_B = g_{BC} - g_{BA}$$

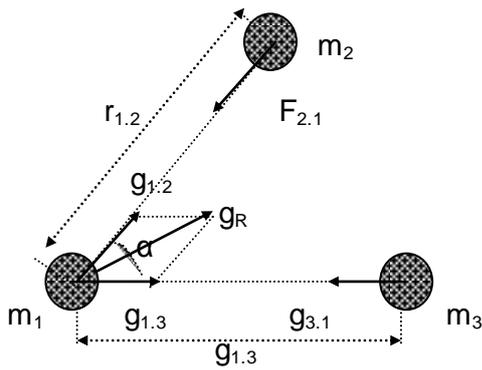
$$g_{BA} = G \cdot \frac{m_A}{r_1^2} \text{ dan } g_{BC} = G \cdot \frac{m_C}{r_2^2}$$

g_B = kuat medan gravitasi yang dialami benda B
 g_{BA} = kuat medan yang dialami benda B akibat pengaruh benda A
 g_{BC} = kuat medan yang dialami benda B akibat pengaruh benda C

Diskusikan !

Tentukan besarnya kuat medan gravitasi yang dialami oleh benda A dan benda C :

- jika beberapa benda saling membentuk sudut



Maka besar kuat medan gravitasi total yang dialami benda m_1 sebesar :

$$g_R = \sqrt{g_{1.2}^2 + g_{1.3}^2 + 2 g_{1.2} g_{1.3} \cdot \cos \alpha}$$

- g_1 = kuat medan gravitasi yang dialami benda 1
- g_{12} = kuat medan yang dialami benda 1 akibat pengaruh benda 2.
- g_{13} = kuat medan yang dialami benda 1 akibat pengaruh benda 3.

6. Kuat Medan Gravitasi Bumi

Arah medan gravitasi bumi menuju pusat bumi (searah dengan gaya gravitasi bumi). Medan gravitasi bumi yaitu pengaruh gaya gravitasi bumi pada massa suatu benda.

- *Kuat medan gravitasi dipermukaan bumi*
Telah dijelaskan di atas, bahwa sebuah benda yang massanya m terletak dipermukaan bumi yang bermassa M dan berjari-jari R akan mengalami gaya gravitasi bumi yang besarnya sama dengan berat benda, sehingga :

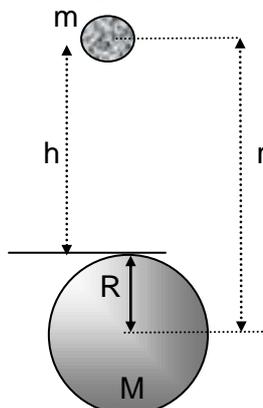
$$F = w \text{ dan } w = m \cdot g$$

$$\frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = m \cdot g$$

maka percepatan gravitasi dipermukaan bumi adalah : $g = \frac{GM}{R^2}$

Jika massa bumi $M = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg, jari-jari bumi $R = 6,37 \cdot 10^6$ m dan $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2 , maka dapat dihitung besarnya percepatan gravitasi dipermukaan bumi adalah sekitar $9,8 \text{ m/s}^2$.

- *Kuat medan gravitasi pada jarak h dari permukaan planet bumi*



- R = jari-jari bumi
- r = jarak benda dari pusat bumi
- h = jarak benda dari permukaan bumi
- m = massa benda
- M = massa planet bumi

maka $r = R + h$, sehingga percepatan gravitasi yang dialami benda m yang terletak pada jarak r dari pusat bumi adalah :

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa semakin jauh jarak benda dari permukaan bumi, maka kuat medan yang dialami benda tersebut semakin kecil, sehingga berat benda juga mengecil.

Perbandingan percepatan gravitasi antara di permukaan bumi dan di suatu titik yang berjarak h dari permukaan bumi adalah:

$$\frac{g_R}{g_r} = \frac{r^2}{R^2} = \frac{(R+h)^2}{R^2}$$

g_R = kuat medan gravitasi di permukaan bumi

g_r = kuat medan gravitasi pada jarak r dari pusat bumi (pada jarak h dari permukaan bumi)

Berat benda tergantung pada percepatan gravitasi. Semakin jauh letak benda dari permukaan bumi, makin kecil percepatan gravitasinya, sehingga makin kecil berat benda.

Perbandingan berat benda antara di permukaan bumi dan di suatu titik yang berjarak h dari permukaan bumi adalah:

$$\frac{w_R}{w_r} = \frac{m \cdot g_R}{m \cdot g_r} = \frac{g_R}{g_r} = \frac{r^2}{R^2} = \frac{(R+h)^2}{R^2}$$

w_R = berat benda di permukaan bumi (N)

w_r = berat benda pada jarak r dari pusat bumi (pada jarak h dari permukaan bumi)

Contoh Soal

1. Sebuah benda bermassa 100 kg terletak dipermukaan bumi. Percepatan gravitasi dipermukaan bumi adalah 10 m/s^2 . Hitunglah:
 - a. percepatan gravitasi bumi pada jarak 2 kali jari-jari bumi !
 - b. berat benda jika benda tersebut dipindah pada jarak 2 kali jari-jari bumi

Penyelesaian :

Diketahui : $m = 100 \text{ kg}$

$g_R = 10 \text{ m/s}^2$

$r = 2R$

Ditanya : g_r dan w_r?

Jawab :

$$\text{a. } \frac{g_R}{g_r} = \frac{r^2}{R^2} = \frac{(2R)^2}{R^2} = 4$$

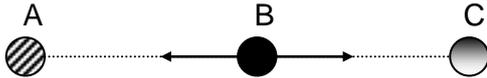
$$g_r = \frac{g_R}{4} = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{b. } w_r = \frac{w_R}{4} = \frac{m \cdot g_R}{4} = \frac{100 \cdot 10}{4} = 250 \text{ N atau}$$

$$w_r = m \cdot g_r = 100 \cdot 2,5 = 250 \text{ N}$$

Uji Kompetensi 2

1. Sebuah benda bermassa 2 kg terletak dipermukaan bumi. Jika massa dan jari-jari bumi masing-masing $5,97 \cdot 10^{24}$ kg dan $0,37 \cdot 10^{10}$ m, hitunglah berat benda tersebut !
2. Gaya tarik gravitasi dua buah gugus bintang adalah $1,2 \cdot 10^{29}$ N. Jika massa dua gugus bintang sama, dan jarak kedua gugus bintang 15 tahun cahaya (1 tahun cahaya = $9,46 \cdot 10^{15}$ m), tentukan massa tiap gugus bintang tersebut !
3. Eksplorer 38 adalah satelit peneliti radio astronomi bermassa 200 kg yang mengorbit bumi dengan jari-jari $1,5R$ (R = jari-jari bumi). Jika percepatan gravitasi di permukaan bumi 10 m/s^2 , hitunglah gaya gravitasi yang dialami satelit tersebut !
4. Perhatikan gambar berikut :



- Tiga buah benda A, B dan C bermassa 2 kg, 3 kg, dan 4,5 kg. Jika gaya gravitasi yang di alami benda B sama dengan nol, hitunglah jarak (letak) benda B diukur dari A ?
5. Seorang astronot beratnya dipermukaan bumi adalah 800 N. Jika astronot tersebut mengorbit bumi dengan laju konstan dan jari-jari 4 kali jari-jari bumi, hitunglah berat astronot tersebut !
 6. Percepatan gravitasi dipermukaan bumi adalah 10 m/s^2 . Tentukan percepatan gravitasi pada ketinggian $2R$ di atas permukaan bumi ! (R = jari-jari bumi)
 7. Budi beratnya di bumi 100 N. Jika perbandingan jari-jari sebuah planet dan jari-jari bumi adalah 2:1, sedangkan perbandingan massa planet dan massa bumi 10:1, maka hitunglah berat Budi tersebut di permukaan planet !
 8. Percepatan gravitasi dipermukaan bumi 10 m/s^2 . Hitunglah percepatan gravitasi di permukaan planet yang massa jenisnya sama dengan massa jenis bumi tetapi jari-jari dua kali jari-jari bumi !
 9. Tiga buah benda A, B dan C massanya sama besar 1 kg terletak pada titik-titik sudut segitiga sama sisi yang panjang sisinya 1 m. Hitunglah :
 - a. gaya gravitasi yang dialami oleh benda A
 - b. kuat medan gravitasi yang dialami benda A
 10. Dua bola A dan B bermassa 20 kg dan 16 kg diletakkan sejauh 80 cm. Tentukan letak sebuah titik yang memiliki kuat medan gravitasi sama dengan nol !

7. Energi Potensial Gravitasi

Energi potensial gravitasi adalah usaha yang diperlukan untuk memindahkan suatu benda dari titik yang terletak di jauh tak terhingga ke suatu titik tertentu terhadap sumber medan gravitasi.

Besarnya energi potensial dari sebuah benda bermassa m yang berjarak r dari bumi yang massanya M adalah :

$$EP = - G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

EP = Energi potensial (Joule)

G = konstanta umum gravitasi (Nm^2/kg^2)

M = massa bumi (kg)

m = massa benda (kg)

r = jarak antara m dan M (m)

Tanda negatif (-) menunjukkan bahwa makin jauh dari suatu massa planet, energi potensialnya makin besar. Dengan kata lain untuk memindahkan benda bermassa m dari titik yang berjarak r dari bumi ke titik di jauh tak terhingga diperlukan energi.

Usaha yang diperlukan untuk memindahkan benda m dari titik yang jarak r_1 ke r_2 dari pusat bumi M adalah :

$$W = EP_2 - EP_1$$

$$EP_1 = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r_1} \text{ dan } EP_2 = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r_2}$$

pusat bumi (J)

bumi (J)

dipindahkan (m)

W = usaha untuk memindahkan benda m (J)

EP₂ = Energi potensial di titik yang berjarak r₂ dari

EP₁ = Energi potensial di titik yang berjarak r₁ dari pusat

r₁ = jarak benda dari pusat bumi (m) sebelum

r₂ = jarak benda dari pusat bumi setelah dipindahkan

8. Potensial Gravitasi

Potensial gravitasi adalah derajat gravitasi suatu titik, yaitu energi potensial gravitasi tiap satuan massa. Besarnya potensial gravitasi yang dialami oleh benda bermassa m yang terletak pada r dari bumi bermassa M adalah :

$$V = \frac{EP}{m}$$

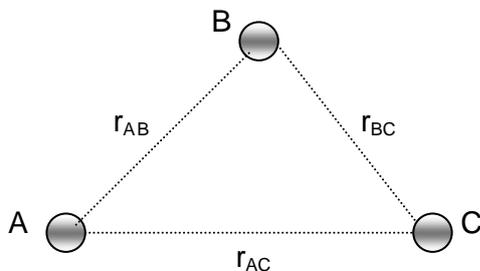
$$V = -G \cdot \frac{M}{r}$$

V = potensial gravitasi (J/kg = volt)

Tanda negatif menunjukkan bahwa makin jauh dari pusat bumi, potensial gravitasi pada suatu titik makin besar.

9. Resultan Energi Potensial Gravitasi

Energi potensial gravitasi dan potensial gravitasi merupakan besaran skalar. Jika sebuah benda m dipengaruhi oleh beberapa benda, maka energi potensial total dan potensial totalnya dari benda m tersebut adalah jumlah aljabar dari masing-masing EP dan V.



Resultan Energi potensial gravitasi (energi potensial total) benda A adalah :

$$EP_A = EP_{AB} + EP_{AC}$$

$$EP_{AB} = -G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{r_{AB}} \text{ dan } EP_{AC} = -G \cdot \frac{m_A \cdot m_C}{r_{AC}}$$

Sedangkan energi potensial sistem adalah jumlah aljabar (skalar) energi potensial gravitasi yang dihasilkan oleh semua pasangan benda, yaitu:

$$EP_{\text{sistem}} = EP_{AB} + EP_{AC} + EP_{BC}$$

EP_A = Energi potensial total di titik A (J)

EP_{AB} = Energi potensial benda A akibat benda B

EP_{AC} = Energi potensial benda A akibat benda C

EP_{BC} = Energi potensial benda B akibat benda C
 r_{AB} = jarak benda A dan B (m)
 r_{AC} = jarak benda A dan C (m)
 m_A = massa benda A (kg)
 m_B = massa benda B (kg)
 m_C = massa benda C (kg)

Resultan Potensial gravitasi (potensial gravitasi total) yang dialami benda A adalah :

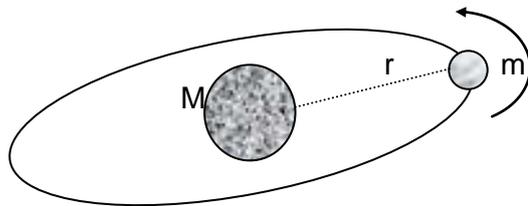
$$V_A = V_{AB} + V_{AC} ; V_{AB} = -G \cdot \frac{m_B}{r_{AB}} \text{ dan } V_{AC} = -G \cdot \frac{m_C}{r_{AC}}$$

V_A = potensial total di titik A (J)
 V_{AB} = Energi potensial benda A akibat benda B
 V_{AC} = Energi potensial benda A akibat benda C

10. Penerapan Hukum Gravitasi Newton

a. Menentukan massa matahari

Planet-planet yang mengorbit matahari lintasannya tetap, karena pada planet bekerja gaya gravitasi (F_{grav}) dan gaya sentripetal (F_s). Besarnya $F_{grav} = F_{sp}$, sehingga :



$$F_{grav} = \frac{G.M.m}{r^2}, F_{sp} = \frac{mv^2}{r} \text{ dan } v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\frac{G.M.m}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{G.M.m}{r^2} = \frac{m \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2}{r}$$

$$M = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G.T^2}$$

M = massa matahari (kg)

m = massa planet (kg)

r = jarak planet dengan matahari (m)

T = periode revolusi planet (s)

Jika planetnya adalah bumi, maka : $r = 1,5 \cdot 10^{11}$ m
 $T = 1 \text{ tahun} = 3 \cdot 10^7$ s
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$

b. Menghitung massa Planet

Pada umumnya Planet dalam susunan tata surya kita memiliki satelit. Contoh : bulan adalah satelit bumi. Bulan mengorbit planet bumi juga mengalami gaya gravitasi bumi yang berperan sebagai gaya sentripetal. Sehingga besarnya gaya gravitasi bumi sama dengan gaya sentripetal yang dialami bulan.

Dengan cara yang sama dengan cara menentukan massa matahari, maka massa bumi adalah :

$$M = \frac{4.\pi^2 .r^3}{G.T^2}$$

M = massa bumi (kg) r = jarak bumi dan bulan (m)

m = massa satelit (kg) T = periode revolusi bulan (s)

Dengan : r = 4.10^8 m
 T = 1 bulan = $2,4.10^6$ s

Atau jika sebuah benda di permukaan bumi = m, maka berat benda tersebut adalah $w = m.g$. Berat ini merupakan gaya gravitasi bumi terhadap benda. Sehingga :

$$F_{\text{grav}} = w$$

$$G. \frac{M.m}{r^2} = m.g$$

$$M = \frac{g.R^2}{G}$$

M = massa bumi (kg)

g = kuat medan gravitasi = percepatan gravitasi bumi
 R = jari-jari bumi (m)

c. *Kelajuan satelit buatan mengorbit planet*

Satelit yang mengorbit planet pada ketinggian r dari pusat planet mengalami gaya gravitasi planet dan gaya sentripetal, yang besarnya sama. Kelajuan satelit mengorbit planet pada ketinggian r dari pusat planet adalah :

$$\frac{G.M.m}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$v^2 = \frac{G.M}{r}$$

karena $g = \frac{G.M}{R^2}$, maka :

$$v^2 = \frac{g.R^2}{r} \text{ atau } v = \sqrt{\frac{g.R^2}{r}}$$

v = kelajuan satelit mengorbit planet (m/s)

g = percepatan gravitasi planet (m/s²)

R = jari-jari planet (m)

r = jarak satelit dari pusat planet(m) atau

r = jari-jari lintasan satelit dari pusat planet.

Jika satelit mengorbit dekat dengan permukaan planet, maka $r \approx R$, sehingga kelajuan satelit menjadi :

$$v = \sqrt{g.R}$$

Jika satelit mengorbit pada orbit *geosinkron*, yaitu suatu orbit dimana periode satelit mengorbit bumi sama dengan periode rotasi bumi (1 hari = 24 jam = 86.400 s), maka jari-jari lintasan orbit satelit :

$$v^2 = \frac{g \cdot R^2}{r} \text{ dan } v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}, \text{ sehingga : } r = \sqrt[3]{\frac{g \cdot T^2 \cdot R^2}{4 \cdot \pi}} = 42.400 \text{ km}$$

kelajuan satelit cukup dihitung dengan :

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \text{ dengan : } \begin{array}{l} T = \text{periode rotasi bumi (24 jam=86400 s)} \\ r = \text{jari-jari lintasan geosinkron (42.400 km)} \\ R = \text{jari-jari bumi (6,4} \cdot 10^6 \text{ m)} \\ g = \text{percepatan gravitasi bumi (9,8 m/s}^2\text{)} \end{array}$$

d. *Kelajuan lepas benda (Escape Velocity)*

Yaitu kelajuan awal minimum sebuah benda yang dilempar vertikal ke atas agar terlepas dari pengaruh gaya gravitasi planet. Syarat agar sebuah benda yang dilempar vertikal ke atas terlepas dari pengaruh gaya gravitasi planet adalah :

Energi kinetik = Energi potensial gravitasi

$$EK = EP_{\text{grav}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}, \text{ karena } g = \frac{G \cdot M}{R^2} \text{ maka : } v = \sqrt{2 \cdot g \cdot R}$$

v = kelajuan lepas benda (m/s)
g = percepatan gravitasi planet (m/s²)
R = jari-jari planet (m)

Contoh Soal

1. Sebuah benda bermassa 1,6 kg dipindahkan dari permukaan bumi ke titik yang ketinggiannya satu kali jari-jari bumi. Berapa usaha yang diperlukan ?

Penyelesaian :

Diketahui : m = 1,6 kg
M = 6.10²⁴ kg
r₁ = R = 6400 km
r₂ = 2R

Ditanya : W ... ?

Jawab :

$$W = EP_2 - EP_1$$

$$W = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r_2} - \left(-G \cdot \frac{M \cdot m}{r_1} \right)$$

$$W = -G \cdot \frac{M \cdot m}{2R} + G \cdot \frac{M \cdot m}{R}$$

$$W = G \cdot \frac{M \cdot m}{2R}$$

$$W = 6,7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 1,6}{2 \cdot 6,4 \cdot 10^6}$$

$$W = 5 \cdot 10^7 \text{ Joule.}$$

2. Bila jarak Bumi dengan Matahari $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$. Waktu yang diperlukan Bumi mengitari matahari adalah 1 tahun. Tentukan massa matahari!

Penyelesaian :

$$\text{Diket : } T = 1 \text{ tahun} = 365 \times 24 \times 60 \times 60$$

$$= 31536000 \text{ s} = 3,15 \times 10^7 \text{ s}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$r = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$$

Ditanya : $M = \dots ?$

$$\text{Jawab : } M = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2}$$

$$M = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (1,5 \cdot 10^{11})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (3,15 \cdot 10^7)^2}$$

$$= 2,01 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

3. Bumi mempunyai jari-jari 6400 km dan massanya $5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$. Tentukan kelajuan sebuah satelit supaya dapat mengorbit dengan lintasan yang berupa lingkaran tetap pada ketinggian 1600 km dari permukaan bumi!

Penyelesaian :

Diketahui :

$$R = 6400 \text{ km} = 6400000 \text{ m} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$h = 1600 \text{ km} = 1600000 \text{ m} = 1,6 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$r = R + h = 6,4 \cdot 10^6 + 1,6 \cdot 10^6 = 8 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

$$M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Ditanya : $v = \dots ?$

Jawab :

$$v^2 = \frac{GM}{r}$$

$$v^2 = 49,78 \cdot 10^6$$

$$v = 7,06 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

4. Hitung kecepatan awal sebuah roket yang bermassa 1000 kg harus di luncurkan vertikal ke atas, agar dapat lepas dari medan gravitasi. (Jika massa bumi $5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ dan jari-jari bumi = 6400 km)

Penyelesaian :

$$\text{Diketahui : } M = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

$$r_1 = R = 6400000 \text{ m dan } g = 10 \text{ m/s}^2$$

Ditanya : $v = \dots ?$

$$\text{Jawab : } v = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^6}}$$

$$v = 1,12 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

Uji Kompetensi 3

1. Hitung massa bumi, jika percepatan gravitasi di permukaan bumi $9,8 \text{ m/s}^2$ dan jari-jari bumi 6370 km !
2. Tentukan energi yang diperlukan untuk memindahkan benda bermassa 32 kg ke angkasa luar !
3. Tiga buah partikel massanya sama 5 gram terletak pada titik-titik sudut sebuah segitiga sama sisi yang panjang sisinya 30 cm . Hitung potensial gravitasi di pusat segitiga !
4. Empat buah partikel A, B, C dan D masing-masing bermassa 1 kg , 2 kg , 3 kg dan 4 kg diletakkan di titik-titik sudut sebuah persegi yang panjang sisinya 1 m . Hitunglah :
 - a. energi potensial sistem
 - b. potensial gravitasi di pusat persegi
5. Tentukan kelajuan satelit buatan, agar dapat mengorbit bumi pada ketinggian setengah dari jari-jari bumi ! ($R_{\text{bumi}} = 6400 \text{ km}$).
6. Berapa kecepatan awal yang harus diberikan pada sebuah benda yang ditembakkan vertikal ke atas dari permukaan bumi agar benda sampai ke angkasa?(Jika $g = 10 \text{ m/s}^2$ dan $R_{\text{bumi}} = 6400 \text{ km}$).
7. Jika kelajuan lepas pada permukaan bumi adalah 8 km/s , berapakah kecepatan lepas sebuah planet yang memiliki jari-jari 4 kali jari-jari bumi dan massanya 100 kali massa bumi ?

11. Hukum Kepler

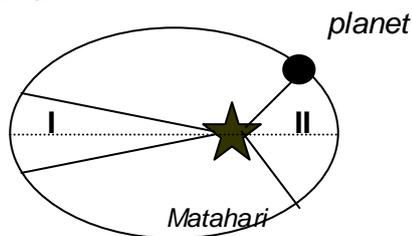
Kepler, seorang astronom dan matematikawan Jerman merumuskan tiga hukum tentang gerakan benda-benda langit, yang dikenal dengan **Hukum Kepler**.

Hukum I Kepler :

“Sebuah planet bergerak mengelilingi matahari dalam lintasan ellips, dengan matahari berada pada salah satu titik fokus ellips”.

Hukum II Kepler :

“Garis hubung planet dengan matahari akan menyapu luas yang sama dalam waktu yang sama”.



Jika luas daerah I sama dengan luas daerah II, maka waktu yang diperlukan oleh planet untuk bergerak dari A ke B sama dengan waktu yang diperlukan oleh planet untuk bergerak dari C ke D, meskipun lintasan CD lebih panjang dari pada lintasan AB. Ini menunjukkan bahwa ketika planet berada di titik perihelium kelajuannya semakin besar, dan ketika planet berada di titik aphelium kelajuannya semakin kecil.

Hukum III Kepler :

“kuadrat periode revolusi planet mengelilingi matahari sebanding dengan pangkat tiga jarak rata-ratanya ke matahari”.

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{konstan}$$

Jika planet A berjarak R_A dari matahari memiliki periode revolusi T_A , sedangkan planet B yang jaraknya R_B memiliki periode T_B , maka :

$$\frac{T_A^2}{R_A^3} = \frac{T_B^2}{R_B^3}$$

T_A = periode revolusi planet A
 T_B = periode revolusi planet B
 R_A = jarak planet A dengan matahari
 R_B = jarak planet B dengan matahari

Hubungan Hukum gravitasi Newton dengan Hukum Kepler

Planet dalam mengorbit matahari, memiliki lintasan yang tetap. Planet mengalami dua buah gaya, yaitu gaya gravitasi dan gaya sentripetal. Besarnya gaya sentripetal yang dialami planet adalah :

$$F_s = \frac{m_p \cdot v^2}{R} = m_p \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R}{T^2}$$

Besarnya gaya sentripetal sama dengan gaya gravitasi, sehingga :

$$F_s = F_g$$

$$m_p \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R}{T^2} = G \cdot \frac{m_m \cdot m_p}{R^2}$$

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot m_m}$$

T = periode revolusi planet
 G = konstanta gravitasi
 R = jarak planet ke matahari
 m_m = massa matahari
 m_p = massa planet

karena nilai $\frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot m_m}$ konstan (tetap), maka bersesuaian dengan hukum III Kepler.

Contoh Soal

Jarak rata-rata planet Mars dengan matahari adalah 1,52 kali jarak rata-rata Bumi dengan matahari. Hitung berapa tahun periode revolusi planet Mars !

Penyelesaian :

Diketahui : $R_M = 1,52 \cdot R_B$
 $T_B = 1$ tahun

Ditanya : $T_M \dots ?$

Jawab :

$$\frac{T_A^2}{R_A^3} = \frac{T_B^2}{R_B^3}$$

$$\frac{T_M^2}{(1,52.R_B)^3} = \frac{1^2}{R_B^3}$$

$$\frac{T_M^2}{1,52^3} = \frac{1}{1}$$

$$T_M = \sqrt[3]{1,52} = 1,87 \text{ tahun}$$

Uji Kompetensi 4

1. Periode bumi mengelilingi matahari 1 tahun. Jika jari-jari lintasan suatu planet mengelilingi matahari dua kali jari-jari lintasan bumi mengelilingi matahari, hitung periode revolusi planet tersebut !
2. Jarak rata-rata planet Merkurius dengan matahari 58 juta km. Jika periode revolusi planet Mars sama dengan 687 hari, dan jarak planet Mars dengan matahari 228 juta km, hitung periode revolusi planet merkurius !
3. Jarak planet A dan B dengan matahari memiliki perbandingan 1:4. Jika periode revolusi planet A 88 hari, berapa periode revolusi planet B ?
4. Sebuah planet X berjarak 4 SA dari matahari. Hitunglah waktu yang diperlukan planet X untuk mengelilingi matahari 1 putaran penuh !
5. Jarak planet M ke matahari 16 kali lebih besar dari pada planet N. Hitunglah perbandingan periode revolusi planet M dan planet N !